

Всероссийская олимпиада школьников по МАТЕМАТИКЕ 2024-25 года

Муниципальный этап

7 класс

Инструкция по выполнению работы

В каждой из предложенных вам задач нужно написать **правильный ответ**. Ответ может быть числовой, может быть строкой текста или рисунком. Если в задаче требуется привести пример, достаточно указать один пример. **Никаких решений задач писать не нужно!** Вы сдаете **ТОЛЬКО** бланк ответов. Условия задач можно оставить себе. Пользоваться калькулятором **НЕ** разрешается.

Максимальное количество баллов — 100.

Время выполнения заданий — 240 минут.

Желаем успеха!

Задания

Задача 1. Вычислите значение выражения:

$$\left(1 + \frac{1}{1 - \frac{1}{1 + \frac{1}{1 - \frac{1}{2}}}} \right) \cdot 2$$

Задача 2. В какую степень надо возвести одночлен $(a^3b^2)^2$, чтобы получить $a^{24}b^{16}$?

Задача 3. Вокруг круговой трассы на равном расстоянии друг от друга стоят столбы, пронумерованные числами 1, 2, 3, ... по порядку. Столб номер 8 и столб номер 25 — диаметрально противоположны. Сколько всего столбов стоит вокруг трассы?

Задача 4. В примере на умножение $*7 \times 4* = 7*4$ три цифры заменили звездочками. Восстановите пример. В ответ нужно записать пример целиком.


Задача 5. В каждой клетке квадрата 4×4 Миша написал цифру 0 или 1 так, что в каждой строке и каждом столбце оказалось по две единицы и по два нуля. После этого он стер некоторые цифры, а две — обозначил буквами X и Y . Чему равны X и Y ?
Формат ответа: " $X=10, Y=20$ ".

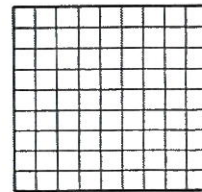
1		1	
		1	
	X		0
Y			

Задача 6. Перед Черной Пятницей товар сначала во вторник подорожал на 95%, а потом подешевел в четверг на 25%, а в пятницу подешевел еще на 20% (от цены четверга). а) (2 балла) Дешевле или дороже по сравнению с первоначальной ценой (до первого повышения) стал товар в пятницу? б) (3 балла) На сколько процентов от первоначальной цены?


Задача 7. Семь гномов добывали в шахте алмазы. Второй нашел на 3 алмаза больше, чем первый, третий — на 3 алмаза больше, чем второй, и так далее, ..., седьмой — на 3 алмаза больше, чем шестой. Оказалось, что пятый, шестой и седьмой гномы в сумме нашли столько же алмазов, сколько первый, второй, третий и четвертый вместе взятые. Сколько алмазов нашел *шестой* гном?

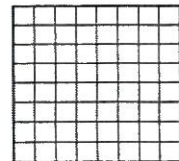
Задача 8. Расставьте в некоторых (можно во всех) промежутках между восемью семерками 7 7 7 7 7 7 7 7 знаки арифметических действий (+, −, ×, ÷) так, чтобы значение получившегося выражения стало равно 122. Можно использовать скобки. Необязательно использовать все знаки. В ответ запишите все выражение целиком. Цифры можно объединять в числа. Достаточно привести один пример.

Задача 9. Какое наименьшее число клеток надо закрасить на доске 9×9 так, чтобы не нашлось четырёхклеточного уголка , состоящего целиком из незакрашенных клеток? Уголок может быть повернут и перевернут любым способом. В ответе нужно а) (2 балла) указать количество и б) (3 балла) привести пример закрасенных клеток.



Задача 10. У Деда Мороза в мешке лежат 8 игрушек: три различные машинки, два различных мячика, один солдатик, один кубик и одна матрешка. Он вытаскивает из мешка наугад три игрушки (порядок вытаскивания не важен). Сколько вариантов у него есть вытащить три игрушки с разным названием?

Задача 11. Гриша разрезал квадрат 8×8 на фигурки вида  и квадратики 2×2 . Общая длина разрезов, которые он сделал, равна 58. Сколько квадратиков 2×2 у него получилось? Сторона клетки равна 1. Фигурки могли быть повернуты и перевернуты.



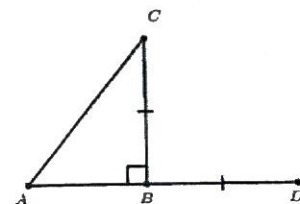
Задача 12. Старательный мальчик Витя раскрыл все скобки в выражении

$$(1 + 3x - x^2)(1 + 3x + x^2) + (x^2 + 3)^2 - 15x^2 - 1,$$

привел подобные слагаемые, а затем посчитал сумму всех коэффициентов у слагаемых в получившемся выражении (в том числе свободный член). Сколько у него получилось?

Задача 13. Из трехзначного числа вычеркнули среднюю цифру. Полученное число оказалось в 11 раз меньше исходного. Какое число могло быть изначально, если средняя цифра была равна 3? Укажите все возможные ответы в любом порядке!

Задача 14. Треугольник ABC — прямоугольный с прямым углом B . На продолжении стороны AB за точку B отметили точку D так, что $CB = BD$. Точка E на плоскости такова, что $DE = CB$, а расстояние между C и E — максимально возможное. Каков угол DBE ? Ответ дайте в градусах.



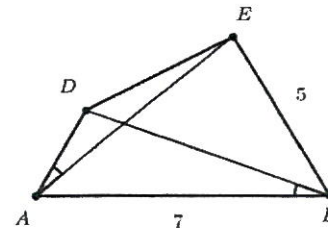
Задача 15. Дан ребус $IA + IA + \dots + IA = OC\acute{E}L$. Одинаковые буквы означают одинаковые цифры, разные буквы — разные цифры. В левой части всего N слагаемых IA . Для какого наименьшего N этот ребус имеет решение? В ответ запишите только число N .

Задача 16. Алеша отметил на плоскости 5 различных точек. Потом он посчитал все треугольники с вершинами в этих точках. Какое число у него могло получиться? Укажите все возможные ответы!

Задача 17. Яша написал на 21 карточке все целые числа от -10 до 10 (каждое — по одному разу), а затем выбрал из них шесть карточек, среди чисел на которых нет двух противоположных. а) (1 балл) Какое наибольшее произведение чисел на карточках он мог получить? б) (4 балла) Сколькими способами он мог выбрать эти шесть карточек (без двух противоположных чисел), произведение чисел на которых будет наибольшим?

Задача 18. Петя нашел и записал на доску все трехзначные числа N , в которых a сотен, b десятков и c единиц. При этом цифра c есть остаток от деления N на 5, цифра b — остаток от деления N на 4, цифра a — остаток от деления N на 2. Затем Петя нашел сумму всех чисел, записанных на доске. Чему равна эта сумма?

Задача 19. В четырехугольнике $ABED$ известно, что $AB = 7$, $BE = 5$, $\angle DAB = \angle EBA = 60^\circ$, $\angle DAE = \angle DBA$. Найдите длину отрезка AD . Картинка приведена только для пояснения, длины отрезков на ней не соответствуют условию задачи.



Задача 20. Наташа придумала две новые операции: $x \circ y = (x + y)^2$ и $x \square y = (x - y)^2$. Найдите значение выражения $(x \circ y) \square (x \square y)$ при $x = 1/4$, $y = 2$.

8 класс | вариант 1

1. В магазине продают фломастеры. Если вы покупаете меньше 100 фломастеров, то стоимость одного фломастера будет 65 рублей, а если купить фломастеров 100 или больше, то стоимость одного фломастера будет 57 рублей. Например, выгоднее купить 100 фломастеров по 57 рублей, чем 99 фломастеров по 65 рублей. При каком наименьшем числе x покупка 100 фломастеров выгоднее, чем покупка x фломастеров по 65 рублей?

2. Вася написал 2024-значное натуральное число. Каждое двузначное число, образованное соседними (слева направо) цифрами этого числа, делится на 19 или на 21. Последняя цифра написанного числа 7. Какая цифра первая?

3. Группа школьников покупает билеты в театр и кино. Имеющихся денег достаточно для покупки 3 билетов в театр и 7 билетов в кино, но не хватает на покупку 7 билетов в театр и 1 билета в кино. Хватит ли денег на покупку 11 билетов в кино?

4. В шахматном турнире каждый сыграл с каждым по одной партии. После окончания турнира гроссмейстер О. Бендер устроил сеанс одновременной игры для некоторых шахматистов турнира. В результате всего было сыграно 80 партий. Сколько было шахматистов на турнире и сколько шахматистов участвовало в сеансе одновременной игры?

5. В трапеции $ABCD$ стороны BC и AD параллельны и $AB = BC = CD$. Точка N — середина диагонали BD , CH — высота трапеции. Докажите, что прямые HN и AC перпендикулярны.

Продолжительность — 4 часа.

Максимальное число баллов за задачу — 7 баллов.

Максимальное число баллов за все задачи — 35 баллов.

8 класс | вариант 2

1. В магазине предлагаются фломастеры по разным ценам в зависимости от количества. Если вы приобретаете менее 100 фломастеров, цена за один составляет 65 рублей. Если же вы покупаете 100 и более фломастеров, цена за единицу снижается до 57 рублей. Например, выгоднее приобрести 100 фломастеров по 57 рублей, чем 99 фломастеров по 65 рублей. Теперь нужно определить, при каком минимальном количестве фломастеров x покупка 100 штук будет выгоднее, чем приобретение x фломастеров по 65 рублей.

2. Вася написал 2024-значное натуральное число. Каждое двузначное число, образованное соседними (слева направо) цифрами этого числа, делится на 19 или на 21. Последняя цифра написанного числа 7. Какая цифра первая?

3. Группа учащихся приобретает билеты в театр и кино. У них достаточно средств для покупки 3 билетов в театр и 7 билетов в кино, однако не хватает денег для приобретения 7 билетов в театр и 1 билета в кино. Сможет ли группа купить 11 билетов в кино?

4. В шахматном турнире каждый участник сыграл по одной партии с каждым другим участником. По завершении турнира гроссмейстер О. Бендер организовал сеанс одновременной игры с некоторыми шахматистами турнира. В результате было сыграно 80 партий. Сколько участников принимало участие в турнире и сколько из них участвовало в сеансе одновременной игры?

5. В трапеции ABCD стороны BC и AD являются параллельными, при этом длины сторон AB, BC и CD равны. Точка N представляет собой середину диагонали BD, а CH обозначает высоту трапеции. Необходимо доказать, что прямые HN и AC перпендикулярны друг к другу.

Продолжительность — 4 часа.

Максимальное число баллов за задачу — 7 баллов.

Максимальное число баллов за все задачи — 35 баллов.

8 класс | вариант 3

1. В магазине продают фломастеры. Если вы покупаете меньше 100 фломастеров, то стоимость одного фломастера будет 65 рублей, а если купить фломастеров 100 или больше, то стоимость одного фломастера будет 57 рублей. Например, выгоднее купить 100 фломастеров по 57 рублей, чем 99 фломастеров по 65 рублей. При каком наименьшем числе x покупка 100 фломастеров выгоднее, чем покупка x фломастеров по 65 рублей?

2. Руслан написал 2024-значное натуральное число. Каждое двузначное число, образованное соседними (слева направо) цифрами этого числа, делится на 19 или на 21. Последняя цифра написанного числа 7. Какая цифра первая?

3. Группа школьников покупает билеты в театр и кино. Имеющихся денег достаточно для покупки 3 билетов в театр и 7 билетов в кино, но не хватает на покупку 7 билетов в театр и 1 билета в кино. Хватит ли денег на покупку 11 билетов в кино?

4. В шахматном турнире каждый сыграл с каждым по одной партии. После окончания турнира гроссмейстер О. Бендер устроил сеанс одновременной игры для некоторых шахматистов турнира. В результате всего было сыграно 80 партий. Сколько было шахматистов на турнире и сколько шахматистов участвовало в сеансе одновременной игры?

5. В трапеции $ABCD$ стороны BC и AD параллельны и $AB = BC = CD$. Точка N — середина диагонали BD , CH — высота трапеции. Докажите, что прямые HN и AC перпендикулярны.

Продолжительность — 4 часа.

Максимальное число баллов за задачу — 7 баллов.

Максимальное число баллов за все задачи — 35 баллов.

8 класс | вариант 4

1. В магазине продают фломастеры. Если вы покупаете меньше 100 фломастеров, то стоимость одного фломастера будет 65 рублей, а если купить фломастеров 100 или больше, то стоимость одного фломастера будет 57 рублей. Например, выгоднее купить 100 фломастеров по 57 рублей, чем 99 фломастеров по 65 рублей. При каком наименьшем числе x покупка 100 фломастеров выгоднее, чем покупка x фломастеров по 65 рублей?

2. Вася написал 2024-значное натуральное число. Каждое двузначное число, образованное соседними (слева направо) цифрами этого числа, делится на 19 или на 21. Последняя цифра написанного числа 7. Какая цифра первая?

3. Группа школьников покупает билеты в театр и кино. Имеющихся денег достаточно для покупки 3 билетов в театр и 7 билетов в кино, но не хватает на покупку 7 билетов в театр и 1 билета в кино. Хватит ли денег на покупку 11 билетов в кино?

4. В шахматном турнире каждый сыграл с каждым по одной партии. После окончания турнира гроссмейстер О. Бендер устроил сеанс одновременной игры для некоторых шахматистов турнира. В результате всего было сыграно 80 партий. Сколько было шахматистов на турнире и сколько шахматистов участвовало в сеансе одновременной игры?

5. В трапеции $ABCD$ стороны BC и AD параллельны и $AB = BC = CD$. Точка N — середина диагонали BD , CH — высота трапеции. Докажите, что прямые HN и AC перпендикулярны.

Продолжительность — 4 часа.

Максимальное число баллов за задачу — 7 баллов.

Максимальное число баллов за все задачи — 35 баллов.

9 класс | вариант 1

1. В магазине продают фломастеры. Если вы покупаете меньше 100 фломастеров, то стоимость одного фломастера будет 65 рублей, а если купить фломастеров 100 или больше, то стоимость одного фломастера будет 57 рублей. Например, выгоднее купить 100 фломастеров по 57 рублей, чем 99 фломастеров по 65 рублей. При каком наименьшем числе x покупка 100 фломастеров выгоднее, чем покупка x фломастеров по 65 рублей?

2. Группа школьников покупает билеты в театр и кино. Имеющихся денег достаточно для покупки 5 билетов в театр и 11 билетов в кино, но не хватает на покупку 11 билетов в театр и 1 билета в кино. Хватит ли денег на покупку 19 билетов в кино?

3. На доске написано 100 положительных чисел. Оказалось, что сумма квадратов любых двух написанных чисел равна сумме всех остальных. Чему может быть равна сумма всех написанных чисел?

4. В шахматном турнире каждый сыграл с каждым по одной партии. После окончания турнира гроссмейстер О. Бендер устроил сеанс одновременной игры для некоторых шахматистов турнира. В результате всего было сыграно 100 партий. Сколько было шахматистов на турнире и сколько шахматистов участвовало в сеансе одновременной игры?

5. В треугольнике ABC ($AB > AC$) из вершины A провели биссектрису AL и медиану AM . Прямая, проходящая через точку M параллельно AB , пересекает AL в точке D , а прямая, проходящая через L параллельно AC , пересекает AM в точке E . Докажите, что прямые ED и AL перпендикулярны.

Продолжительность — 4 часа.

Максимальное число баллов за задачу — 7 баллов.

Максимальное число баллов за все задачи — 35 баллов.

9 класс | вариант 2

1. В магазине предлагаются фломастеры по разным ценам в зависимости от количества. Если вы приобретаете менее 100 фломастеров, цена за один составляет 65 рублей. Если же вы покупаете 100 и более фломастеров, цена за единицу снижается до 57 рублей. Например, выгоднее приобрести 100 фломастеров по 57 рублей, чем 99 фломастеров по 65 рублей. Теперь нужно определить, при каком минимальном количестве фломастеров x покупка 100 штук будет выгоднее, чем приобретение x фломастеров по 65 рублей.

2. Группа школьников покупает билеты в театр и кино. Имеющихся денег достаточно для покупки 5 билетов в театр и 11 билетов в кино, но не хватает на покупку 11 билетов в театр и 1 билета в кино. Хватит ли денег на покупку 19 билетов в кино?

3. На доске написано 100 положительных чисел. Оказалось, что сумма квадратов любых двух написанных чисел равна сумме всех остальных. Чему может быть равна сумма всех написанных чисел?

4. В шахматном турнире каждый сыграл с каждым по одной партии. После окончания турнира гроссмейстер О. Бендер устроил сеанс одновременной игры для некоторых шахматистов турнира. В результате всего было сыграно 100 партий. Сколько было шахматистов на турнире и сколько шахматистов участвовало в сеансе одновременной игры?

5. В треугольнике ABC , где $AB > AC$, из вершины A была проведена биссектриса AL и медиана AM . Прямая, проходящая через точку M и параллельная AB , пересекает AL в точке D , в то время как прямая, проходящая через L и параллельная AC , пересекает AM в точке E . Необходимо доказать, что прямые ED и AL перпендикулярны.

Продолжительность — 4 часа.

Максимальное число баллов за задачу — 7 баллов.

Максимальное число баллов за все задачи — 35 баллов.

9 класс | вариант 3

1. В магазине предлагаются фломастеры по разным ценам в зависимости от количества. Если вы приобретаете менее 100 фломастеров, цена за один составляет 65 рублей. Если же вы покупаете 100 и более фломастеров, цена за единицу снижается до 57 рублей. Например, выгоднее приобрести 100 фломастеров по 57 рублей, чем 99 фломастеров по 65 рублей. Теперь нужно определить, при каком минимальном количестве фломастеров x покупка 100 штук будет выгоднее, чем приобретение x фломастеров по 65 рублей.

2. Группа китайских студентов покупает билеты в театр и кино. Имеющихся денег достаточно для покупки 5 билетов в театр и 11 билетов в кино, но не хватает на покупку 11 билетов в театр и 1 билета в кино. Хватит ли денег на покупку 19 билетов в кино?

3. В нотбуке написано 100 положительных чисел. Оказалось, что сумма квадратов любых двух написанных чисел равна сумме всех остальных. Чему может быть равна сумма всех написанных чисел?

4. В шахматном турнире каждый сыграл с каждым по одной партии. После окончания турнира гроссмейстер О. Бендер устроил сеанс одновременной игры для некоторых шахматистов турнира. В результате всего было сыграно 100 партий. Сколько было шахматистов на турнире и сколько шахматистов участвовало в сеансе одновременной игры?

5. В треугольнике ABC , где $AB > AC$, из вершины A была проведена биссектриса AL и медиана AM . Прямая, проходящая через точку M и параллельная AB , пересекает AL в точке D , в то время как прямая, проходящая через L и параллельная AC , пересекает AM в точке E . Необходимо доказать, что прямые ED и AL перпендикулярны.

Продолжительность — 4 часа.

Максимальное число баллов за задачу — 7 баллов.

Максимальное число баллов за все задачи — 35 баллов.

9 класс | вариант 4

1. В магазине предлагаются фломастеры по разным ценам в зависимости от количества. Если вы приобретаете менее 100 фломастеров, цена за один составляет 65 рублей. Если же вы покупаете 100 и более фломастеров, цена за единицу снижается до 57 рублей. Например, выгоднее приобрести 100 фломастеров по 57 рублей, чем 99 фломастеров по 65 рублей. Теперь нужно определить, при каком минимальном количестве фломастеров x покупка 100 штук будет выгоднее, чем приобретение x фломастеров по 65 рублей.

2. Группа китайских школьников покупает билеты в театр и кино. Имеющихся денег достаточно для покупки 5 билетов в театр и 11 билетов в кино, но не хватает на покупку 11 билетов в театр и 1 билета в кино. Хватит ли денег на покупку 19 билетов в кино?

3. В блокноте написано 100 положительных чисел. Оказалось, что сумма квадратов любых двух написанных чисел равна сумме всех остальных. Чему может быть равна сумма всех написанных чисел?

4. В шахматном турнире каждый сыграл с каждым по одной партии. После окончания турнира гроссмейстер О. Бендер устроил сеанс одновременной игры для некоторых шахматистов турнира. В результате всего было сыграно 100 партий. Сколько было шахматистов на турнире и сколько шахматистов участвовало в сеансе одновременной игры?

5. В $\triangle ABC$, где $AB > AC$, из вершины A была проведена биссектриса AL и медиану AM . Прямая, проходящая через точку M и параллельная AB , пересекает AL в точке D , в то время как прямая, проходящая через L и параллельная AC , пересекает AM в точке E . Необходимо доказать, что прямые ED и AL перпендикулярны.

Продолжительность — 4 часа.

Максимальное число баллов за задачу — 7 баллов.

Максимальное число баллов за все задачи — 35 баллов.

10 класс | вариант 5

1. В семизначном числе зачеркнули одну из цифр и из исходного числа вычли это шестизначное. В результате получили число 7654321. Найдите исходное число.

2. На доске написано 100 ненулевых чисел. Оказалось, что сумма кубов любых двух написанных чисел равна сумме всех остальных. Чему может быть равна сумма всех написанных чисел?

3. В некотором государстве есть 13 городов. Между некоторыми парами городов будут установлены двусторонние прямые автобусные, железнодорожные или самолетные сообщения. Какое наименьшее возможное количество сообщений необходимо установить, чтобы, выбрав любые два вида транспорта, можно было добраться из любого города в любой другой, не используя третий вид транспорта?

4. Найдите все значения p и q такие, что для любого $x \in [-2; 2]$ будет справедливо неравенство $|x^2 + px + q| \leq 2$.

5. Окружности ω_1 и ω_2 касаются друг друга внешним образом в точке C и касаются внутренним образом окружности ω в точках A и B . Прямая AB вторично пересекает окружность ω_1 в точке D . Найдите величину угла $B CD$.

Продолжительность — 4 часа.

Максимальное число баллов за задачу — 7 баллов.

Максимальное число баллов за все задачи — 35 баллов.

10 класс | вариант 6

1. В семизначном числе зачеркнули одну из цифр и из исходного числа вычли это 6-значное. В результате получили число 7654321. Найдите исходное число.

2. В блокноте написано 100 ненулевых чисел. Оказалось, что сумма кубов любых двух написанных чисел равна сумме всех остальных. Чему может быть равна сумма всех написанных чисел?

3. В некотором государстве есть 13 городов. Между некоторыми парами городов будут установлены двусторонние прямые автобусные, железнодорожные или самолетные сообщения. Какое наименьшее возможное количество сообщений необходимо установить, чтобы, выбрав любые два вида транспорта, можно было добраться из любого города в любой другой, не используя третий вид транспорта?

4. Найдите все значения p и q такие, что для любого $x \in [-2; 2]$ будет справедливо неравенство $|x^2 + px + q| \leq 2$.

5. Окружности ω_1 и ω_2 касаются друг друга внешним образом в точке C и касаются внутренним образом окружности ω в точках A и B . Прямая AB вторично пересекает окружность ω_1 в точке D . Найдите величину угла $B CD$.

Продолжительность — 4 часа.

Максимальное число баллов за задачу — 7 баллов.

Максимальное число баллов за все задачи — 35 баллов.

10 класс | вариант 7

1. В 7-значном числе зачеркнули одну из цифр и из исходного числа вычли это шестизначное. В результате получили число 7654321. Найдите исходное число.
2. На доске написано 100 ненулевых чисел. Оказалось, что сумма кубов любых двух написанных чисел равна сумме всех остальных. Чему может быть равна сумма всех написанных чисел?
3. В некотором государстве существует 13 городов. Между некоторыми парами городов будут установлены двусторонние прямые автобусные, железнодорожные или самолетные сообщения. Какое наименьшее возможное количество сообщений необходимо установить, чтобы, выбрав любые два вида транспорта, можно было добраться из любого города в любой другой, не используя третий вид транспорта?
4. Найдите все значения p и q такие, что для любого $x \in [-2; 2]$ будет справедливо неравенство $|x^2 + px + q| \leq 2$.
5. Окружности ω_1 и ω_2 касаются друг друга внешним образом в точке C и касаются внутренним образом окружности ω в точках A и B . Прямая AB вторично пересекает окружность ω_1 в точке D . Найдите величину угла BCD .

Продолжительность — 4 часа.

Максимальное число баллов за задачу — 7 баллов.

Максимальное число баллов за все задачи — 35 баллов.

10 класс | вариант 8

1. В 7-значном числе зачеркнули одну из цифр и из исходного числа вычли это шести-значное. В результате получили число 7654321. Найдите исходное число.

2. На доске написано 100 ненулевых чисел. Оказалось, что сумма кубов любых двух написанных чисел равна сумме всех остальных. Чему может быть равна сумма всех написанных чисел?

3. В некоторой стране есть 13 городов. Между некоторыми парами городов будут установлены двусторонние прямые автобусные, железнодорожные или самолетные сообщения. Какое наименьшее возможное количество сообщений необходимо установить, чтобы, выбрав любые два вида транспорта, можно было добраться из любого города в любой другой, не используя третий вид транспорта?

4. Найдите все значения p и q такие, что для любого $x \in [-2; 2]$ будет справедливо неравенство $|x^2 + px + q| \leq 2$.

5. Окружности ω_1 и ω_2 касаются друг друга внешним образом в точке C и касаются внутренним образом окружности ω в точках A и B . Прямая AB вторично пересекает окружность ω_1 в точке D . Найдите величину угла $B CD$.

Продолжительность — 4 часа.

Максимальное число баллов за задачу — 7 баллов.

Максимальное число баллов за все задачи — 35 баллов.

11 класс | вариант 20

1. В семизначном числе зачеркнули одну из цифр и из исходного числа вычли это шестизначное. В результате получили число 1234567. Найдите исходное число.

2. При каких значениях a функция $f(x)$ будет нечётной?

$$f(x) = \frac{2^x - a}{2^x + a}.$$

3. В некоторой стране есть 13 городов. Между некоторыми парами городов будут установлены двусторонние прямые автобусные, железнодорожные или самолетные сообщения. Какое наименьшее возможное количество сообщений необходимо установить, чтобы, выбрав любые два вида транспорта, можно было добраться из любого города в любой другой, не используя третий вид транспорта?

4. Сумма положительных чисел a , b , c равна 1. Докажите, что

$$\frac{a^2 + b}{b + c} + \frac{b^2 + c}{c + a} + \frac{c^2 + a}{a + b} \geq 2.$$

5. Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность, а его диагонали пересекаются в точке M . Точки E и F являются серединами сторон AB и CD соответственно, а точки K и L — проекции точки M на стороны BC и AD . Докажите, что прямые EF и KL перпендикулярны.

Продолжительность — 4 часа.

Максимальное число баллов за задачу — 7 баллов.

Максимальное число баллов за все задачи — 35 баллов.

11 класс | вариант 21

1. В семизначном числе зачеркнули одну из цифр и из исходного числа вычли это шести-значное. В результате получили число 1234567. Найдите исходное число.

2. При каких значениях a функция $f(x)$ будет нечётной?

$$f(x) = \frac{2^x - a}{2^x + a}.$$

3. В некотором государстве есть 13 городов. Между некоторыми парами городов будут установлены двусторонние прямые автобусные, железнодорожные или самолетные сообщения. Какое наименьшее возможное количество сообщений необходимо установить, чтобы, выбрав любые два вида транспорта, можно было добраться из любого города в любой другой, не используя третий вид транспорта?

4. Сумма положительных чисел a , b , c равна 1. Докажите, что

$$\frac{a^2 + b}{b + c} + \frac{b^2 + c}{c + a} + \frac{c^2 + a}{a + b} \geq 2.$$

5. Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность, а его диагонали пересекаются в точке M . Точки E и F являются серединами сторон AB и CD соответственно, а точки K и L — проекции точки M на стороны BC и AD . Докажите, что прямые EF и KL перпендикулярны.

Продолжительность — 4 часа.

Максимальное число баллов за задачу — 7 баллов.

Максимальное число баллов за все задачи — 35 баллов.

11 класс | вариант 23

1. В 7-значном числе зачеркнули одну из цифр и из исходного числа вычли это шести-значное. В результате получили число 1234567. Найдите исходное число.

2. При каких значениях a функция $f(x)$ будет нечётной?

$$f(x) = \frac{2^x - a}{2^x + a}.$$

3. В некотором государстве есть 13 городов. Между некоторыми парами городов будут установлены двусторонние прямые автобусные, железнодорожные или самолетные сообщения. Какое наименьшее возможное количество сообщений необходимо установить, чтобы, выбрав любые два вида транспорта, можно было добраться из любого города в любой другой, не используя третий вид транспорта?

4. Сумма положительных чисел a , b , c равна 1. Докажите, что

$$\frac{a^2 + b}{b + c} + \frac{b^2 + c}{c + a} + \frac{c^2 + a}{a + b} \geq 2.$$

5. Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность, а его диагонали пересекаются в точке M . Точки E и F являются серединами сторон AB и CD соответственно, а точки K и L — проекции точки M на стороны BC и AD . Докажите, что прямые EF и KL перпендикулярны.

Продолжительность — 4 часа.

Максимальное число баллов за задачу — 7 баллов.

Максимальное число баллов за все задачи — 35 баллов.

1. В семизначном числе зачеркнули одну из цифр и из исходного числа вычли это шестизначное. В результате получили число 1234567. Найдите исходное число.

2. При каких значениях a функция $f(x)$ будет нечётной?

$$f(x) = \frac{2^x - a}{2^x + a}.$$

3. В некотором государстве есть 13 городов. Между некоторыми парами городов будут установлены двусторонние прямые автобусные, железнодорожные или самолетные сообщения. Какое наименьшее возможное количество сообщений необходимо установить, чтобы, выбрав любые два вида транспорта, можно было добраться из любого города в любой другой, не используя третий вид транспорта?

4. Сумма положительных чисел a , b , c равна 1. Необходимо доказать, что

$$\frac{a^2 + b}{b + c} + \frac{b^2 + c}{c + a} + \frac{c^2 + a}{a + b} \geq 2.$$

5. Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность, а его диагонали пересекаются в точке M . Точки E и F являются серединами сторон AB и CD соответственно, а точки K и L — проекции точки M на стороны BC и AD . Докажите, что прямые EF и KL перпендикулярны.

Продолжительность — 4 часа.

Максимальное число баллов за задачу — 7 баллов.

Максимальное число баллов за все задачи — 35 баллов.

1. В семизначном числе зачеркнули одну из цифр и из исходного числа вычли это шестизначное. В результате получили число 1234567. Найдите исходное число.

2. При каких значениях a функция $f(x)$ будет нечётной?

$$f(x) = \frac{2^x - a}{2^x + a}.$$

3. В некотором государстве есть 13 городов. Между некоторыми парами городов будут установлены двусторонние прямые автобусные, железнодорожные или самолетные сообщения. Какое наименьшее возможное количество сообщений необходимо установить, чтобы, выбрав любые два вида транспорта, можно было добраться из любого города в любой другой, не используя третий вид транспорта?

4. Сумма положительных чисел a , b , c равна 1. Докажите, что

$$\frac{a^2 + b}{b + c} + \frac{b^2 + c}{c + a} + \frac{c^2 + a}{a + b} \geq 2.$$

5. Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность, а его диагонали пересекаются в точке M . Точки E и F являются серединами сторон AB и CD соответственно, а точки K и L — проекции точки M на стороны BC и AD . Докажите, что прямые EF и KL перпендикулярны.

Продолжительность — 4 часа.

Максимальное число баллов за задачу — 7 баллов.

Максимальное число баллов за все задачи — 35 баллов.

11 класс | вариант 26

1. В семизначном числе зачеркнули одну из цифр и из исходного числа вычли это шести-значное. В результате получили число 1234567. Найдите исходное число.

2. При каких значениях a функция $f(x)$ будет нечётной?

$$f(x) = \frac{2^x - a}{2^x + a}.$$

3. В некотором государстве есть 13 городов. Между некоторыми парами городов будут установлены двусторонние прямые автобусные, железнодорожные или самолетные сообщения. Какое наименьшее возможное количество сообщений необходимо установить, чтобы, выбрав любые 2 вида транспорта, можно было добраться из любого города в любой другой, не используя третий вид транспорта?

4. Сумма положительных чисел a , b , c равна 1. Докажите, что

$$\frac{a^2 + b}{b + c} + \frac{b^2 + c}{c + a} + \frac{c^2 + a}{a + b} \geq 2.$$

5. Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность, а его диагонали пересекаются в точке M . Точки E и F являются серединами сторон AB и CD соответственно, а точки K и L — проекции точки M на стороны BC и AD . Докажите, что прямые EF и KL перпендикулярны.

Продолжительность — 4 часа.

Максимальное число баллов за задачу — 7 баллов.

Максимальное число баллов за все задачи — 35 баллов.

11 класс | вариант 27

1. В семизначном числе зачеркнули одну из цифр и из исходного числа вычли это шестизначное. В результате получили число 1 2 3 4 5 6 7. Найдите исходное число.

2. При каких значениях a функция $f(x)$ будет нечётной?

$$f(x) = \frac{2^x - a}{2^x + a}.$$

3. В некотором государстве есть 13 городов. Между некоторыми парами городов будут установлены двусторонние прямые автобусные, железнодорожные или самолетные сообщения. Какое наименьшее возможное количество сообщений необходимо установить, чтобы, выбрав любые два вида транспорта, можно было добраться из любого города в любой другой, не используя третий вид транспорта?

4. Сумма положительных чисел a , b , c равна 1. Докажите, что

$$\frac{a^2 + b}{b + c} + \frac{b^2 + c}{c + a} + \frac{c^2 + a}{a + b} \geq 2.$$

5. Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность, а его диагонали пересекаются в точке M . Точки E и F являются серединами сторон AB и CD соответственно, а точки K и L — проекции точки M на стороны BC и AD . Докажите, что прямые EF и KL перпендикулярны.

Продолжительность — 4 часа.

Максимальное число баллов за задачу — 7 баллов.

Максимальное число баллов за все задачи — 35 баллов.

1. В семизначном числе зачеркнули одну из цифр и из исходного числа вычли это шестизначное. В результате получили число 1234567. Необходимо найти исходное число.

2. При каких значениях a функция $f(x)$ будет нечётной?

$$f(x) = \frac{2^x - a}{2^x + a}.$$

3. В некотором государстве есть 13 городов. Между некоторыми парами городов будут установлены двусторонние прямые автобусные, железнодорожные или самолетные сообщения. Какое наименьшее возможное количество сообщений необходимо установить, чтобы, выбрав любые два вида транспорта, можно было добраться из любого города в любой другой, не используя третий вид транспорта?

4. Сумма положительных чисел a , b , c равна 1. Докажите, что

$$\frac{a^2 + b}{b + c} + \frac{b^2 + c}{c + a} + \frac{c^2 + a}{a + b} \geq 2.$$

5. Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность, а его диагонали пересекаются в точке M . Точки E и F являются серединами сторон AB и CD соответственно, а точки K и L — проекции точки M на стороны BC и AD . Докажите, что прямые EF и KL перпендикулярны.

Продолжительность — 4 часа.

Максимальное число баллов за задачу — 7 баллов.

Максимальное число баллов за все задачи — 35 баллов.

1. В семизначном числе зачеркнули одну из цифр и из исходного числа вычли это шестизначное. В результате получили число 1234567. Найдите исходное число.

2. При каких значениях a функция $f(x)$ будет нечётной?

$$f(x) = \frac{2^x - a}{2^x + a}.$$

3. В некотором государстве есть 13 городов. Между некоторыми парами городов будут установлены двусторонние прямые автобусные, железнодорожные или самолетные сообщения. Какое наименьшее возможное количество сообщений необходимо установить, чтобы, выбрав любые два вида транспорта, можно было добраться из любого города в любой другой, не используя третий вид транспорта?

4. Сумма положительных чисел a , b , c равна 1. Докажите, что

$$\frac{a^2 + b}{b + c} + \frac{b^2 + c}{c + a} + \frac{c^2 + a}{a + b} \geq 2.$$

5. Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность, а его диагонали пересекаются в точке M . Точки E и F являются серединами сторон AB и CD соответственно, а точки K и L — проекции точки M на стороны BC и AD . Необходимо доказать, что прямые EF и KL перпендикулярны.

Продолжительность — 4 часа.

Максимальное число баллов за задачу — 7 баллов.

Максимальное число баллов за все задачи — 35 баллов.

11 класс | вариант 30

1. В семизначном числе зачеркнули одну из цифр и из исходного числа вычли это 6-значное. В результате получили число 1234567. Найдите исходное число.

2. При каких значениях a функция $f(x)$ будет нечётной?

$$f(x) = \frac{2^x - a}{2^x + a}.$$

3. В некотором государстве есть 13 городов. Между некоторыми парами городов будут установлены двусторонние прямые автобусные, железнодорожные или самолетные сообщения. Какое наименьшее возможное количество сообщений необходимо установить, чтобы, выбрав любые два вида транспорта, можно было добраться из любого города в любой другой, не используя третий вид транспорта?

4. Сумма положительных чисел a , b , c равна 1. Докажите, что

$$\frac{a^2 + b}{b + c} + \frac{b^2 + c}{c + a} + \frac{c^2 + a}{a + b} \geq 2.$$

5. Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность, а его диагонали пересекаются в точке M . Точки E и F являются серединами сторон AB и CD соответственно, а точки K и L — проекции точки M на стороны BC и AD . Докажите, что прямые EF и KL перпендикулярны.

Продолжительность — 4 часа.

Максимальное число баллов за задачу — 7 баллов.

Максимальное число баллов за все задачи — 35 баллов.